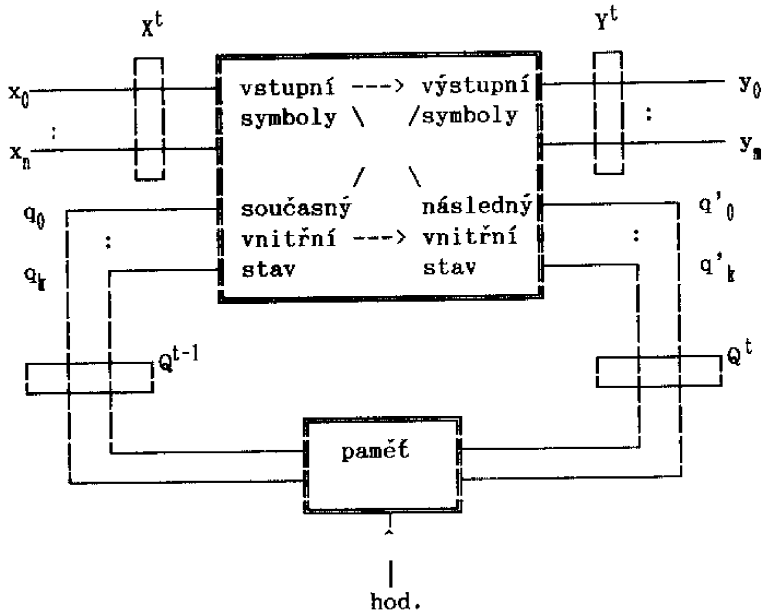
8. Synchronní sekvenční obvody

8.1. Základní pojmy

Sekvenční systém A je definován jako uspořádaná pětice A ≡ <X,Y,Q,Γ,Φ>, kde X značí množinu vstupních symbolů, Y značí množinu výstupních symbolů, Q značí množinu vnitřních stavů, Γ značí přechodovou funkci a Φ značí výstupní funkci. Na rozdíl od kombinačních automatů (které jsou vlastně zvláštním případem A, viz dále), se kterými jste se setkávali doposud, u sekvenčních systémů přibývají vnitřní stavy a s nimi spojené výstupní a přechodové funkce. Chceme-li pracovat s automatem, který má předem definovaný počáteční stav, pak k výše uvedené pětici přibývá ještě symbol Q_0 a získáváme tak šestici - iniciální automat.. Graficky si lze představit sekvenční systém v podobě uvedené na obr. 8. 1.



X^t	vstupní symbol	x_l	<l..0 - n>, vstupní proměnná
Y^t	výstupní symbol	y_l	<l..0 - m>, výstupní proměnná
q_i	vnitřní proměnná	q'_i	<i..0 - k>, současná a následné vnitřní proměnné
Q^t	následný vnitřní stav	Q^{t-1}	současný vnitřní stav

Obr. 8. 1 Schéma sekvenčního systému (Huffmanův model automatu)

Vstupní symboly X představují tzv. "vstupní abecedu" sekvenčního systému. Vstupní abecedu definujeme jako množinu pro daný automat přípustných vstupních symbolů (kombinaci vstupních proměnných-binárních vstupů). Výstupní abecedu definujeme jako množinu pro daný automat přípustných výstupních symbolů (kombinací výstupních proměnných-binárních výstupů). Nově se zde setkáváme také s pojmem časové posloupnosti. Ta se projevuje v určení "následného vnitřního stavu", který lze definovat jako kombinaci "vnitřních proměnných" s tím, že vnitřní proměnná představuje výstup paměťového prvku (klopného obvodu). Lze si situaci demonstrovat na následujících vztazích:

1. $Q^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1})$, kde t značí současný stav a t-1 značí předcházející stav

Tento vztah určuje nový vnitřní stav v závislosti na vstupním symbolu a předcházejícím vnitřním stavu dle přechodové funkce Γ..

2. $Y^t = \Phi(X^t, Q^{t-1})$, platí obdobně jako v předcházejícím případě.

Tento vztah určuje nový výstupní symbol v závislosti na vstupním symbolu a předcházejícím vnitřním stavu dle výstupní funkce Φ.

Na obr. 8.1. je zobrazen také vstup označený jako hod (hodiny). Tento vstup představuje synchronizační signál, který udává, kdy se mění vnitřní a výstupní stavy. Tedy v závislosti na tomto signálu mohou probíhat změny uvnitř synchronního sekvenčního systému. Tím bráníme hazardům, které již známe z kombinačních automatů. Nicméně slovem "bráníme " zde nechceme říci, že by k těmto hazardům nedocházelo, ale že nemají šanci se projevit na výstupu synchronního systému.

8.2. Typy sekvenčních automatů

Podle závislostí výstupních stavů na vnitřních a vstupních symbolech rozeznáváme několik základních typů sekvenčních systémů. Jsou to automaty Mealyho, Moorův, autonomní, kombinační a Medvěděvův.

8.2.1. Autonomní automat

Autonomní automat je sekvenční systém, který nemá vstupní proměnné. Jako příklad takového automatu lze uvést synchronní generátor kódu. Přechodová a výstupní funkce mají pak následující tvary:

$$Q^t = \Gamma(Q^{t-1})$$
$$Y^t = \Phi(Q^t)$$

8.2.2. Kombinační automat

Kombinační automat je zde uveden pouze pro úplnost, abychom ilustrovali vzájemný vztah automatů. Zde není uvedena přechodová funkce, neboť v těchto automatech nejsou vnitřní stavy.

$$Y^t = \Phi(X^t)$$

8.2.3. Mealyho automat

Tento typ automatu je nejobecnější ze sekvenčních systémů. Přechodová a výstupní funkce mají stejný tvar jako ve vztazích 1 a 2.

$$Q^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1}) \qquad \text{přechodová funkce}$$
$$Y^t = \Phi(X^t, Q^{t-1}) \qquad \text{výstupní funkce}$$

8.2.4. Moorův automat

Po Mealyho automatu druhý nejpoužívanější sekvenční systém. Jeho přechodová a výstupní funkce mají tvary:

$$Q^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1}) \qquad \text{přechodová funkce}$$
$$Y^t = \Phi(Q^{t-1}) \qquad \text{výstupní funkce}$$

Za povšimnutí stojí fakt, že nový výstupní symbol přímo nezávisí na vstupním symbolu automatu.

8.2.5. Medvédévův automat

Tento typ automatu představuje z obvodového hlediska teoretickou možnost automatu, neboť se jedná o systém, který nemá výstup. Tedy nejsou definovány výstupní symboly a tudíž ani výstupní funkce. Přechodová funkce má tvar:

$$Q^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1})$$

8.3. Zadávání sekvenčních automatů

Sekvenční automaty lze zadávat několika způsoby. Základní způsob je zadávání pomocí grafu přechodů a tabulky přechodů a výstupů. Tímto způsobem lze popsat jakýkoliv automat. Způsob tvorby grafu přechodů se však liší dle typu navrhovaného automatu. Tvar tabulek přechodů a výstupů se stejně jako grafy přechodů a výstupů liší podle typu navrhovaného automatu. Tvar tabulek přechodů a výstupů pro automat typu Mealy je uveden na obr. 8.2a a tvar těchto tabulek pro automat typu Moore je uveden na obr. 8.2b. V tabulce pro automat typu Mealy stojí za povšimnutí fakt, že pro každý vstupní symbol existuje odpovídající vnitřní stav i výstupní symbol. V tabulce 2b.si všimněte skutečnosti, že každému vnitřnímu stavu odpovídá i výstupní symbol. My se nadále budeme zabývat pouze grafy a tabulkami přechodů/výstupů odpovídajícími automatům typu Mealy a Moore. Dalšími metodami jsou zadávání automatů slovně, vývojovými a časovými diagramy. Nyní si ukážeme několik vzorových příkladů a vzájemnou souvislost mezi jednotlivými způsoby zadávání.

	Xn X0	Xn X0
Qp	Qi' ... Qj'	Yr ... Ys
.	.	.
.	.	.
.	.	.
Qq	Qv' ... Qw'	Yt ... Yu

Pozn.: Q....současný vnitřní stav
Q'...následný vnitřní stav
X....vstupní symbol
Y....výstupní symbol

Obr. 8.2a Tabulka přechodů pro automat typu Mealy

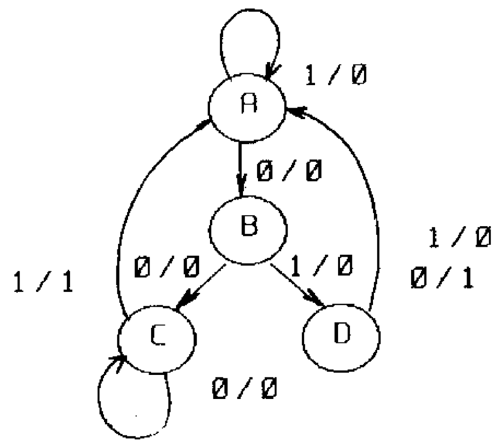
	Xn X0	Z
Qp	Qi' ... Qj'	Y0
.	.	.
.	.	.
.	.	.
Qq	Qv' ..... Qw'	Yq

Obr. 8.2b Tabulka přechodů pro automat typu Moore

Příklad 1.

Navrhněte graf přechodů pro synchronní sekvenční automat typu Mealy s jedním vstupem a jedním výstupem, který bude mít na výstupu 'v' logickou 1 právě tehdy, jestliže na vstupu 'u' budou posloupnosti '100' nebo '010', vstupující označeným bitem napřed.

a) Jako první krok si vytvoříme graf přechodů. V takovýchto případech je nutno si stanovit počáteční stav, tedy automat pojmout jako iniciální (viz obr. 8.3.). Z tohoto počátečního stavu pak budeme vyvozovat všechny další aktivity automatu.



Obr. 8.3. Graf přechodů zadaného automatu typu Mealy

b) Na základě vytvořeného grafu přechodů si stanovíme tabulky přechodů a výstupů.

tabulka přechodů

	1	0
A	A	B
B	D	C
C	A	C
D	A	A

tabulka výstupů

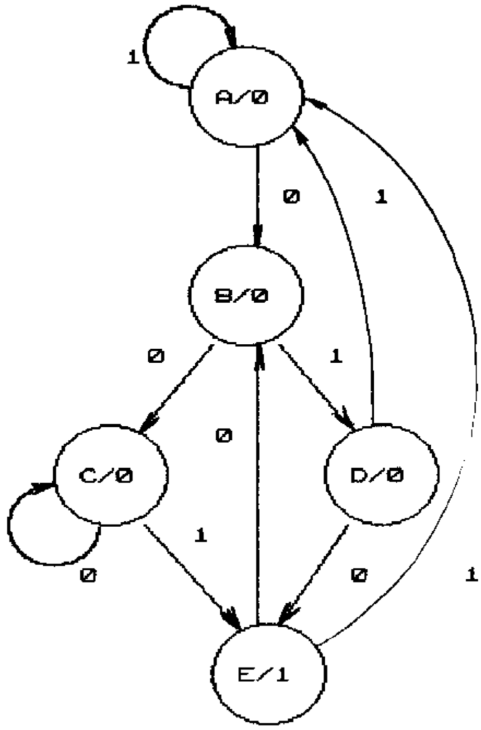
	1	0
A	0	0
B	0	0
C	1	0
D	0	1

Tabulka přechodů a výstupů automatu typu Mealy

Příklad 2.

Navrhněte pro stejné zadání jako v př. 1 graf přechodů pro synchronní sekvenční automat typu Moore.

a) Postup je obdobný.
viz. obr. 8.4.



Obr. 8.4. Graf přechodů navrženého automatu typu Moore

b) Obdobně jako v př. 1

	1	0	Z
A	A	B	0
B	D	C	0
C	E	C	0
D	A	E	0
E	A	B	1

Z: výstupní symboly

Obr. 8.5. Tabulka přechodů a výstupů automatu typu Moore

8.3.1. Cvičení

1) Navrhněte graf a tabulku přechodů/výstupů pro synchronní sekvenční automat typu Mealy, který bude mít na výstupu 'v' logickou 1 právě tehdy, jestliže na vstupu 'u' budou posloupnosti '01$\underline{0}$' nebo '01$\underline{1}$' vstupující označeným bitem napřed.

2) Navrhněte graf a tabulku přechodů/výstupů pro synchronní sekvenční automat typu Moore, který bude mít na výstupu 'v' výstupní symbol Y_0 právě tehdy, jestliže na vstupech bude posloupnost vstupních symbolů $X_1X_0X_0X_2$. V jiném případě bude na výstupu výstupní symbol Y_1.

8.4. Ekvivalence vnitřních stavů sekvenčního automatu

Při zadávání sekvenčního systému se nám často stane, že tabulku přechodů a výstupů vytvoříme tak, že některé stavy jsou vzájemně ekvivalentní. Co to znamená? Znamená to, že pro daný vstupní symbol a několik současných vnitřních stavů, přechody v tabulce přechodů končí ve stejném stavu nebo ve stavech o nichž již víme, že jsou vzájemně ekvivalentní. Důležité je také to, že pro to, aby dva stavy nebyly ekvivalentní je postačující podmínkou vzájemná rozdílnost výstupních symbolů. Důsledkem této ekvivalence je snížení počtu vnitřních stavů, neboť stavy, které jsou s jiným stavem ekvivalentní lze vyloučit. Praktickým důsledkem takovéto redukce počtu vnitřních stavů může být i redukce počtu vnitřních proměnných a tedy i klopných obvodů. Rozeznáváme několik druhů ekvivalence: prostou ekvivalenci, k-ekvivalenci a pseudoekvivalenci. Nyní si vysvětlíme co jednotlivé druhy ekvivalence znamenají.

Prostá ekvivalence je nejjednodušším případem ekvivalence. Dochází k ní v případě, že pro dva vnitřní stavy platí, že mají shodné všechny následné vnitřní stavy i výstupní symboly. Příklad je uveden na obr. 8.6.

Dalším poměrně jednoduchým příkladem je pseudoekvivalence. Týká se však neúplně určených automatů, tedy v našem případě např. asynchronních automatů. Příklad je uveden na obr. 8.7.

K-ekvivalence značí stavy, u kterých zjistíme ekvivalenci tehdy, jestliže provedeme k přechodů v tabulce přechodů. Pro zjištění ekvivalence v tomto případě můžeme použít dvou postupů, které v obou případech vedou ke shodnému výsledku. Ukážeme si postup na stejném příkladu. K-ekvivalenci lze definovat takto:

Dva stavy jsou k-ekvivalentní tehdy, jestliže pro daný vstupní symbol se z obou stavů po k přechodech dostaneme do stejného stavu nebo do dvou různých stavů, o nichž však již víme, že jsou ekvivalentní. Přitom musí platit, že výstupní symboly jsou pro oba výchozí stavy shodné.

	X3	X2	X1	X0	X3	X2	X1	X0
A	C	A	F	A	0	0	1	0
B	C	A	F	A	0	0	1	0
:		:				:		

Obr. 8.6. Příklad jednoduché ekvivalence

	X3	X2	X1	X0	X3	X2	X1	X0
A	C	-	F	A	0	-	-	0
B	C	A	-	A	-	0	1	0
:		:				:		

Obr. 8.7. Příklad pseudoekvivalence

Příklad postupu pro k-ekvivalenci:

Zadání tabulkou přechodů a výstupů automatu typu Mealy. Při dalším postupu již nebudeme uvádět výstupní tabulku.

Jako první krok si tabulku rozdělíme na podtabulky, které se budou lišit rozdílnými výstupy, neboť víme, že rozdílnost výstupu je jedním z důležitých znaků neekvivalence. Tedy stavy v různých skupinách spolu nemohou být ekvivalentní. Následné stavy pak označíme indexy, odpovídající i skupinám, kam se přechází. Rozhodující pro nás je skutečnost, že stavy nemohou spolu být ekvivalentní, pokud indexy pro dané vstupní písmeno nejsou stejné. Ve chvíli, kdy narazíme na různé stavové indexy, znamená to, že automat přechází do skupiny stavů s rozdílným výstupem, tedy, že již daný stav nemůže být ekvivalentní s jinými stavy ze své skupiny.

Postupně tak vytváříme stále další tabulky až konečně dojdeme k místu, kde indexy u následných stavů v jednotlivých skupinách zůstávají stejné. Tehdy postup končí a lze vytvořit výslednou tabulku přechodů a výstupů. V našem případě lze říci, že stavy jsou 4-ekvivalentní.

Jiným postupem je vytváření tzv. "implikační tabulky". Implikační tabulka je založena na vlastnostech relace ekvivalence. Jak známo relace ekvivalence je tranzitivní, symetrická a reflexivní. V případě implikační tabulky jsou důležité vlastnosti symetrie a reflexe. Z těchto vlastností vyplývá i tvar implikační tabulky (viz obr. 8.7.).

	X2	X1	X0	X2	X1	X0
1	2	2	5	1	0	0
2	1	4	4	0	1	1
3	2	2	5	1	0	0
4	3	2	2	0	1	1
5	6	4	3	1	0	0
6	8	9	6	0	1	1
7	6	2	8	1	0	0
8	4	4	7	1	0	0
9	7	9	7	0	1	1

Tabulka přechodů a výstupů zadaného automatu

1. krok

		X2	X1	X0
a	1	2b	2b	5a
	3	2b	2b	5a
	5	6b	4b	3a
	7	6b	2b	8a
	8	4b	4b	7a
b	2	1a	4b	4b
	4	3a	2b	2b
	6	8a	9b	6b
	9	7a	9b	7a

2. krok

		X2	X1	X0
a	1	2b	2b	5a
	3	2b	2b	5a
	5	6b	4b	3a
	7	6b	2b	8a
	8	4b	4b	7a
b	2	1a	4b	4b
	4	3a	2b	2b
	6	8a	9c	6b
c	9	7a	9c	7a

3. krok

		X2	X1	X0
a	1	2b	2b	5a
	3	2b	2b	5a
	5	6c	4b	3a
	7	6c	2b	8a
	8	4b	4b	7a
b	2	1a	4b	4b
	4	3a	2b	2b
c	6	8a	9d	6c
d	9	7a	9d	7a

4. krok

		X2	X1	X0
a	1	2b	2b	5c
	3	2b	2b	5c
	8	4b	4b	7c
b	2	1a	4b	4b
	4	3a	2b	2b
c	5	6d	4b	3a
	7	6d	2b	8a
d	6	8a	9e	6d
e	9	7c	9e	7c

výsledná tabulka přechodů a výstupů

	X2	X1	X0	X2	X1	X0
A	B	B	C	1	0	0
B	A	B	B	0	1	1
C	D	B	A	1	0	0
D	A	E	D	0	1	1
E	C	E	C	0	1	1

Pozn. Místa, kde dochází k rozdílům ve skupině stavů, kam se přechází jsou zvýrazněna

Vlastní implikační tabulka je ohraničena dvojitou čarou. Hlavní diagonála vypadává díky vlastnosti reflexe. Prostor nad hlavní diagonálou vypadává díky vlastnosti symetrie. Do implikační tabulky používané pro minimalizaci počtu vnitřních stavů se vpisují podmínky, které je nutno splnit pro to, aby dva stavy byly ekvivalentní. Jako příklad si uvedeme postup aplikovaný na stejném zadání jako v případě k-ekvivalence. Konfrontujeme-li tabulku přechodů z předcházejícího příkladu se zakresleným obrázkem, vidíme, že v jednotlivých políčkách jsou vepsány stavy, které by musely být ekvivalentní, aby byly

	Q1	Q2	Q3	......	Qn
Q1	Q1,Q1	Q1,Q2	Q1,Q3	...	Q1,Qn
Q2	Q2,Q1	Q2,Q2	Q2,Q3	...	Q2,Qn
	.				
Qn	Qn,Q1	Qn,Q2	Qn,Q3		Qn,Qn

Obr. 8.7. Tvar implikační tabulky

2	X							
3	2,2 5,5	X						
4	X	1,3 2,4	X					
5	2,6 2,4 5,3	X	2,6 2,4 3,5	X				
6	X	1,8 4,6 4,9	X	2,6 2,9 3,8	X			
7	2,6 5,8	X	2,6 5,8	X	2,4 3,8	X		
8	2,4 5,7	X	2,4 5,7	X	3,7 4,6	X	2,4 4,6 7,8	
9	X	1,7 4,9 4,7	X	2,7 2,9 3,7	X	6,7 7,8	X	X
	1	2	3	4	5	6	7	8

Obr. 8.8. Implikační tabulka

ekvivalentní stavy odpovídající poloze v tabulce. Např. pro ekvivalenci stavů 4,2 by musely být ekvivalentní stavy 1,3 a 2,4. V tabulce si jako první bod proškrtneme ta políčka, která nemohou odpovídat ekvivalentním stavům, protože výstupy daných stavů jsou různé. Jako druhý krok začneme hledat místo, kde je požadována nesplnitelná podmínka. Taková situace nastává v případě stavů 2,9. Nesplnitelná podmínka je požadavek ekvivalence stavů (4,7) (podtrženo). Takový případ vlastně odpovídá 1. kroku pro postup k-ekvivalence. Odvozené případy, jako např. (6,4), (9,4) odpovídají potom 2. kroku k-ekvivalence atd. Končíme ve chvíli, kdy již nelze další nesplnitelné podmínky nalézti. Získáme tedy množiny vzájemně ekvivalentních stavů, které budeme nadále zváti třídy ekvivalence. V návaznosti na výsledky, obdržené v našem příkladu je vytvořeno 5 tříd ekvivalence: $A \equiv \langle 1,3,8 \rangle$, $B \equiv \langle 2,4 \rangle$, $C \equiv \langle 5,7 \rangle$, $D \equiv \langle 6 \rangle$, $E \equiv \langle 8 \rangle$.

8.4.1. Cvičení

1) Pokuste se aplikovat oba postupy na příkladech 1 a 2 uvedených v této kapitole.

2) Aplikujte postupy zde uvedené i na příkladech uvedených v kapitole 8.5.

8.5. Vzájemný převod automatů Mealy, Moore

Automaty Mealy a Moore jsou ve většině případů vzájemně ekvivalentní, tedy musí existovat způsob jak převést automat Mealy na automat typu Moore a naopak. Nebudeme si zde vzhledem k rozsahu skript dokazovat předcházející tvrzení, ale uvedeme si postupy jak tyto automaty převádět. Nejprve si stručně zopakujeme, čím se oba automaty od sebe liší a naopak co mají společné. Automat typu Moore se od automatu typu Mealy liší především závislostí výstupních symbolů na vstupních symbolech. U automatu typu Moore nezávisí výstupní symbol přímo na vstupním symbolu, ale pouze na vnitřním symbolu. Naopak při převodech musíme vycházet z toho, že automaty musí mít společnou vstupní a výstupní abecedu (jsou ekvivalentní z hlediska vnějšího chování). Jako první si ukážeme nyní převod automatu typu Mealy na automat typu Moore.

Převod automatu Mealy na automat typu Moore

Označme si automat Mealy symbolem A a automat Moore symbolem A^*. Obdobně si označme i příslušné vstupní, výstupní symboly, přechodové a výstupní funkce. Pro převod nyní platí tyto výchozí podmínky:

Γ není totožné s Γ^*
Φ - " -   s Φ^*
X je totožné s X^*
Y je totožné s Y^*
Q není totožné s Q^*

Pro převod je rozhodující vyjít z výstupních symbolů, které jsou závislé na vnitřním uspořádání automatu, přitom však musí být shodné u obou automatů.

$$Y^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1}) = \Gamma^*(Q^{t*}) = \Gamma^*(\Phi(X^t, Q^{t-1}))$$

Obdobně platí i pro přechodovou funkci:

$$Q^{t*} = \Phi^*(X^t, Q^{t-1*}) = \Phi^*(X^t, \Phi(X^t, Q^{t-1}))$$

(Pozn: neoznačujeme X^*, protože jak jsme si uvedli, jsou vstupní abecedy totožné. Obdobně platí i pro výstupní symboly). Jeliko již víme, že množiny vnitřních stavů automatu typu Mealy a Moore nejsou totožné, značí to, že musíme vytvořit novou tabulku přechodů a výstupů. Tato tabulka bude obecně mít více stavů než automat typu Mealy. Důvodem je fakt, že ke každému výstupnímu symbolu musí u automatu typu Moore existovat příslušný vnitřní stav. To znamená, že počet vnitřních stavů automatu typu Moore, který vznikne převodem z automatu typu Mealy, je dán následujícím vztahem:

$|Q^*| = |X| \times |Q|$, kde $|Q^*|$ je počet vnitřních stavů automatu typu Moore
$|X|$ je počet vstupních symbolů
$|Q|$ je počet vnitřních stavů automatu Mealy

Celý postup převodu bude nyní znázorněn na příkladu.
Mějme automat typu Mealy s následující tabulkou přechodů a výstupů:

	X1/1	X0/0	X1/1	X0/0
A	A	B	0	0
B	C	E	0	0
C	A	D	0	1
D	A	B	0	0
E	D	B	1	0

Všimněme si, že stavy A a D jsou tzv. jednoduše ekvivalentní. To znamená, že stav D bude z tabulky vyškrtnut a nahrazen stavem A. Výsledná tabulka je na obr. 8.10

X_i/k značí vstupní symbol i s hodnotou k

Obr. 8.9. Tabulka automatu typu Mealy

	X1/1	X0/0	X1/1	X0/0
A	A	B	0	0
B	C	E	0	0
C	A	A	0	1
E	A	B	1	0

Obr. 8.10. Tabulka automatu typu Mealy s eliminovaným stavem D

Z tabulky, uvedené na obr. 8.10. je patrno, že nových stavů bude potřeba osm. Pro jejich přiřazení je potřeba vytvořit převodní tabulku (viz obr. 8.11a). Z této tabulky pak budeme tvořit novou tabulku přechodů a výstupů automatu typu Moore (viz obr. 8.11b).

Postup při převodu si názorně ukážeme na dosazení do výše uvedených vztahů. Následný vztah pro stav Q_1 zjistíme dosazením:

$\Phi^*(X_1, Q_1) = \Phi^*(X_1, \Phi(X_1, A)) = \Phi^*(X_1, A) = Q_1$
obr. 8.11b   obr. 8. 11a   obr. 8. 11a   obr. 8. 11a,b
+ obr. 8. 10

Obdobně si dosadíme pro stav Q_2:

$\Phi^*(X_0, Q_1) = \Phi^*(X_0, \Phi(X_1, A)) = \Phi^*(X_0, A) = Q_2$
obr. 8. 11b   obr. 8. 11a   obr. 8. 11a   obr. 8. 11a,b
+ obr. 8. 10

	X1/1	X0/0
A	Q1	Q2
B	Q3	Q4
C	Q5	Q6
E	Q7	Q8

Obr. 8.11a Převodní tabulka mezi automatem Mealy/Moore

	X1/1	X0/0	Z
Q1	Q1	Q2	0
Q2	Q3	Q4	0
Q3	Q5	Q6	0
Q4	Q7	Q8	0
Q5	Q1	Q2	0
Q6	Q1	Q2	1
Q7	Q1	Q2	1
Q8	Q3	Q4	0

Obr. 8.11b Neminimalizovaná tabulka přechodů a výstupů automatu typu Moore

Pozn.: Q značí nové stavy automatu Moore

Z dosazení pro stav Q_2 také vyplývá praktický poznatek, který říká následující: Ve chvíli, kdy získáme první stav automatu Moore, lze další následné stavy získat prostým opsáním příslušného řádku z převodní tabulky.

Výstupní tabulku získáme opět dosazením do již uvedených vztahů.

$Y^t = \Gamma(X^t, Q^{t-1}) = \Gamma^*(Q^{t*})$

$\Gamma(X_0, A) = 0 = \Gamma^*(Q_1)$ => do tabulky výstupů vpíšeme do řádku pro
obr. 8. 10
stav Q_1 hodnotu 0.

	X1/1	X0/0	Z
Q1	Q1	Q2	0
Q2	Q3	Q4	0
Q3	Q1	Q6	0
Q4	Q6	Q2	0
Q6	Q1	Q2	1

Obr. 8.12. Výsledná tabulka převodu Mealy -> Moore

Převod automatu Moore na automat typu Mealy

Při tomto převodu musíme vycházet z toho, že automat typu Moore má stejný nebo větší počet vnitřních stavů než automat typu Mealy, z čehož plyne (samozřejmě, že tato formulace je velmi hrubá), že přechodová funkce zůstává stejná. Nemusíme tedy vytvářet novou tabulku přechodů a vytváříme pouze tabulku výstupů. Vycházíme při tom opět ze společných a rozdílných znaků automatů. Oba automaty mají tyto společné prvky (předpokládáme, že automat typu Moore je automat označený jako A, automat Mealy je označen A^*):

X je totožné s X^*
Y je totožné s Y^*
Q je totožné s Q^*
Φ je stejné jako Φ^*
Γ se liší od Γ^*

Vztah pro převod výstupní funkce je následující:

$$Y^t = \Gamma(Q^t) = \Gamma^* (X^t, Q^t) = \Gamma^* (X^t, \Phi(X^t, Q^{t-1}))$$

Názorně to lze ukázat na následujícím příkladu. Je dán automat typu Moore uvedenou tabulkou přechodů (obr. 8. 13). Jako první krok provedeme eliminaci počtu vnitřních stavů automatu. Jedná se o neúplně určený automat, proto zde můžeme uplatnit pseudoekvivalenci. Zkusmo si dosadíme pro výstupy, odpovídající stavu A.

$$\Gamma^*(X_1 , \Phi(X_1 , A)) = \Gamma^* (X_1 , B) = \Gamma(B) = 0$$
$$\Gamma^*(X_0 , \Phi(X_0 , A)) = \Gamma^* (X_0 , C) = \Gamma(C) = 1$$

	X1	X0	Z
A	B	C	-
B	E	F	0
C	E	F	1
D	E	F	-
E	E	F	1
F	H	I	0
G	H	I	-
H	H	I	1
I	E	F	0

	X1	X0	Z
A	B	C	-
B	E	F	0
C	E	F	1
F	H	B	0
H	H	B	1

Obr. 8.13b
Minimalizovaná tabulka přechodů automatu Moore

	X1	X0	X1	X0
A	B	C	0	1
B	E	F	1	0
C	E	F	1	0
F	H	B	1	0
H	H	B	1	0

Obr. 8.13c
Neminimalizovaná tabulka přechodů automatu typu Mealy

Obr. 8.13a
Tabulka přechodů a výstupů automatu Moore

	X1	X0	X1	X0
A	B	B	0	1
B	B	F	1	0
F	F	B	1	0

Obr. 8. 14a Částečně minimalizovaná tabulka automatu Mealy

	X1	X0	X1	X0
A	B	B	0	1
B	B	B	1	0

Obr. 8. 14b Výsledná tabulka automatu Mealy

8.5.1. Cvičení

1. Navrhněte graf přechodů a tabulku přechodů a výstupů automatu typu Mealy, který bude splňovat následující zadání: Jestliže na vstupu automatu bude jedna z posloupností $100\underline{1}$ nebo $010\underline{0}$, které vstupují označeným bitem napřed bude na výstupu log. 1.

a) Navržený automat pak převedte na automat typu Moore.

b) Získaný automat typu Moore převedte zpět na automat typu Mealy. Ev. rozdíly vysvětlete.

2. Navrhněte tabulku přechodů a výstupů automatu typu Mealy, který bude mít na výstupu výstupní symbol Y_0, jestliže na vstupu bude posloupnost X_0,X_0,X_1,X_0 nebo symbol Y_2, jestliže na vstupu bude posloupnost X_1,X_1,X_1,X_0 nebo symbol Y_1, jestliže na vstupu bude posloupnost X_1,X_0,X_1,X_1.

a) Získaný automat převedte na automat typu Moore.

b) Pro stejné zadání navrhněte automat typu Moore, obdržený výsledek porovnejte s výsledkem příkladu a.

	X1	X0	Z
A	B	C	-
B	E	F	0
C	E	F	1
D	E	F	-
E	E	F	1
F	H	I	0
G	H	I	-
H	H	I	1
I	E	F	0

Obr. 8.13a
Tabulka přechodů a výstupů automatu Moore

	X1	X0	Z
A	B	C	-
B	E	F	0
C	E	F	1
F	H	B	0
H	H	B	1

Obr. 8.13b
Minimalizovaná tabulka přechodů automatu Moore

	X1	X0	X1	X0
A	B	C	0	1
B	E	F	1	0
C	E	F	1	0
F	H	B	1	0
H	H	B	1	0

Obr. 8.13c
Neminimalizovaná tabulka přechodů automatu typu Mealy

	X1	X0	X1	X0
A	B	B	0	1
B	B	F	1	0
F	F	B	1	0

Obr. 8. 14a Částečně minimalizovaná tabulka automatu Mealy

	X1	X0	X1	X0
A	B	B	0	1
B	B	B	1	0

Obr. 8. 14b Výsledná tabulka automatu Mealy

8.5.1. Cvičení

1. Navrhněte graf přechodů a tabulku přechodů a výstupů automatu typu Mealy, který bude splňovat následující zadání: Jestliže na vstupu automatu bude jedna z posloupností 100$\underline{1}$ nebo 010$\underline{0}$, které vstupují označeným bitem napřed bude na výstupu log. 1.

a) Navržený automat pak převeďte na automat typu Moore.

b) Získaný automat typu Moore převeďte zpět na automat typu Mealy. Ev. rozdíly vysvětlete.

2. Navrhněte tabulku přechodů a výstupů automatu typu Mealy, který bude mít na výstupu výstupní symbol Y_0, jestliže na vstupu bude posloupnost X_0,X_0,X_1,X_0 nebo symbol Y_2, jestliže na vstupu bude posloupnost X_1,X_1,X_1,X_0 nebo symbol Y_1, jestliže na vstupu bude posloupnost X_1,X_0,X_1,X_1.

a) Získaný automat převeďte na automat typu Moore.

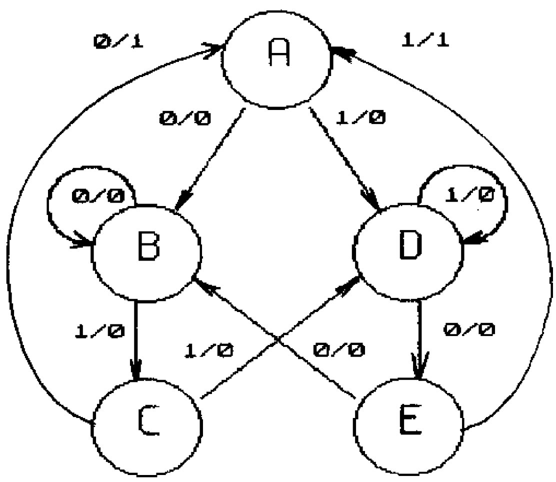
b) Pro stejné zadání navrhněte automat typu Moore, obdržený výsledek porovnejte s výsledkem příkladu a.

8.6. Syntéza synchronního sekvenčního automatu

1. Navrhněte synchronní automat typu Mealy, který bude splňovat následující zadání. Na výstupu zadaného automatu bude log. 1 právě tehdy, jestliže na vstupu bude jedna z těchto posloupností: 101 nebo 010, vstupujících označeným bitem napřed. Pro návrh použijte klopné obvody typu JK a hradla NAND.

Řešení:

a) nejprve navrhneme graf přechodů



Obr. 8.15. Graf přechodů zadaného automatu

b) Dle tohoto grafu přechodů sestavíme tabulku přechodů a výstupů

	0	1	0	1
A	B	D	0	0
B	B	C	0	0
C	A	D	1	0
D	E	D	0	0
E	B	A	0	1

B	D,C			
C	X	x		
D	B,E	B,E C,D	X	
E	X	X	X	X
	A	B	C	D

Pozn.: Žádný z vnitřních stavů není ekvivalentní (viz. podtržené dvojice stavů)

Z uvedené tabulky a provedené kontroly ekvivcalence vnitřních stavů je patrno, že žádný vnitřní stav není ekvivalentní s jiným, tedy tabulky přechodů a výstupů zůstanou v původním stavu.

c) Jako další krok provedeme zakódování vnitřních stavů automatu. Pro účely práce s Karnaughovou mapou je výhodnější použít Grayova kódu. Obdobně by pro práci se Svobodovou mapou bylo výhodnější použít binárního kódu. Podrobné kódování viz kap. 10.

	z y x
A	0 0 0
B	0 0 1
C	0 1 1
D	0 1 0
E	1 1 0

d) Podle kódové tabulky zakódujeme tabulku přechodů. V takovém případě je výhodné zachovat pro mapu tvar tabulky přechodů. Pouze se totiž přepíše kód do tabulky přechodů. Stejně tak lze rovnou získat z tabulky výstupů mapu a výstupní funkci. Zakódovaná tabulka přechodů pak má tento tvar:

u

0 0 1	0 1 0
0 0 1	0 1 1
0 0 0	0 1 0
1 1 0	0 1 0
0 0 1	0 0 0
x x x	x x x
x x x	x x x
x x x	x x x

zyx

x u

1	0
1	1
0	0
0	0
1	0
x	x
x	x
x	x

x

y u

0	1
0	1
0	1
1	1
0	0
x	x
x	x
x	x

y

z u

0	0
0	0
0	0
1	0
0	0
x	x
x	x
x	x

z

Další tři mapy představují mapy jednotlivých vnitřních proměnných tak jak byly získány ze zakódované tabulky přechodů. Nad těmito mapami nyní budeme na základě excitační tabulky klopného obvodu JK tvořit mapy jednotlivých budicích funkcí těchto klopných obvodů.

e) Pro snadnější porozumění zde zopakujeme excitační tabulku (slovník přechodů) klopného obvodu JK.

Q --> Q'		J K
0	0	0 X
0	1	1 X
1	0	X 1
1	1	X 0

Mapy jednotlivých budicích funkcí jsou nyní uvedeny i se znázorněním postupu v prvním případě.

Jx	—u	Kx	—u	Jy	—u	Ky	—u	Jz	—u	Kz	—u	v	—u
1	0	x	x	0	1	x	x	0	0	x	x	0	0
x	x	0	0	0	1	x	x	0	0	x	x	0	0
x	x	1	1	x	x	1	0	0	0	x	x	1	0
0	0	x	x	x	x	0	0	1	0	x	x	0	0
1	0	x	x	x	x	1	1	x	x	1	1	0	1
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
zyx		zyx		zyx		zyx		zyx		zyx		zyx	

Jednotlivé budicí funkce jsou označeny podle vývodů klopných obvodů, kam jsou připojeny. Výstupní funkce je označena písmenem v.
Mapy jsme získali pomocí excitační tabulky následujícím způsobem. jako příklad si uvedeme budící proměnnou J_x. Pro vnitřní proměnnou x přecházíme ve stavu A pro vstup=0 do log. 1. Z excitační tabulky si nalezneme hodnotu pro J=1. Pro K získáme hodnotu x.

f) Minimalizací výše uvedených map získáme tyto budící funkce:

$Jx = \bar{u}z + \overline{uy}$ $\quad Jy = u \quad Jz = \overline{uxy} \quad v = uz + \bar{u}xy$

$Kx = y \quad Ky = z + x\bar{u} \quad Kz = 1$

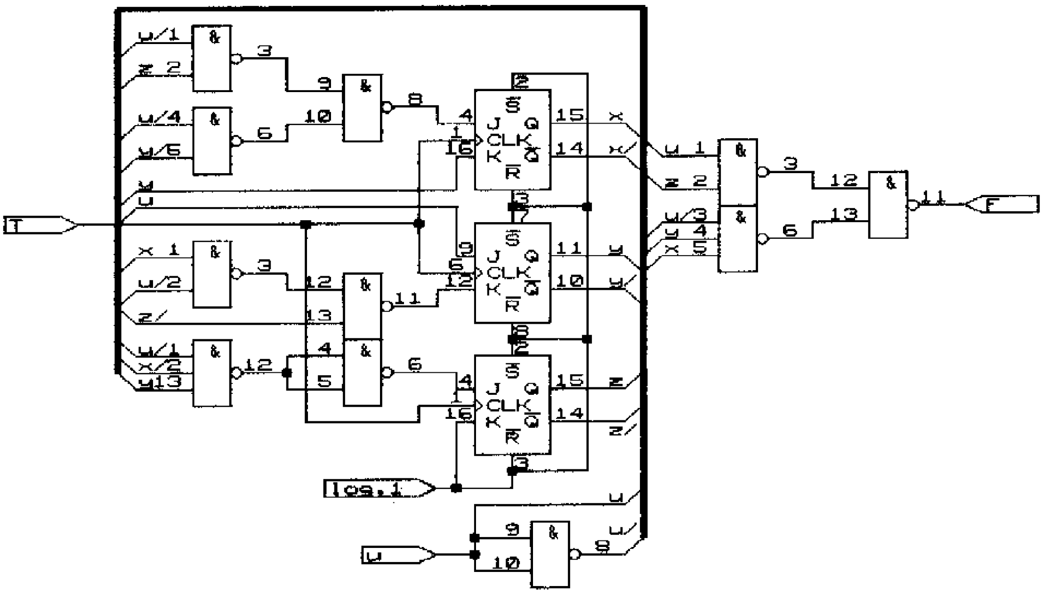
Všimněme si výstupní funkce - její mapa odpovídá výstupní tabulce.

g) Nyní si přezkoušíme získané funkce vzhledem k požadované činnosti automatu. Pro tento účel si sestavíme následující zkušební tabulku:

u	z	y	x	v
1	0	0	0	0
0	0	1	0	0
1	1	1	0	1
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
0	0	1	1	1
	0	0	0	

Tato tabulka má v levém sloupci vstupní proměnné. K nim patří v témže řádku současný vnitřní stav. V pravém sloupci jsou uvedeny výstupní proměnné. Zde pod prvním řádkem je uveden uprostřed následný vnitřní stav. Zde se můžeme řesvědčit , že požadovaná funkce obvodu je plněna pro obě vstupní posloupnosti. Nejedná se samozřejmě o úplný test obvodu, ale o funkční zkoušku navrženého schematu.

h) Dalším krokem je navržení schematu automatu. Ten je uveden na obr. 8.15.



Obr. 8.16. Schema navrženého automatu

i) Závěrečným krokem jsou časové úvahy. Jestliže budeme uvažovat zpoždění hradla 15 nsec a zpoždění klopných obvodů 30nsec s přídržnou dobou vstupních dat před příchodem hrany hodinového signálu 10 nsec, potom dostáváme následující hodnoty:

a) zpoždění paměťové části obvodu (budící funkce + klopné obvody) je 70 nsec (2.15 nsec + 30 nsec + 10 nsec). Budeme-li uvažovat i zpoždění vstupních obvodů (invertor pro proměnnou u), musíme přičíst ještě 15 nsec. Získáváme tedy celkové zpoždění paměťové části 85 nsec. To odpovídá max. hodinové frekvenci 11,7 MHz. Toto platí tehdy, jestliže uvažujeme změnu vstupních proměnných v době asi 10 nsec po příchodu hrany hodinového signálu.

b) zpoždění výstupní větve bereme do úvahy pouze tehdy, jestliže je větší než zpoždění části paměťové. Dalším případem, kdy musíme zpoždění výstupní části uvažovat, je požadovaná doba stability výstupních proměnných. Pak je nutno maximální frekvenci upravit s ohledem na její dobu.

2. Navrhněte synchronní sekvenční generátor binárního kódu mod 5 (čítač hodinových impulsů). Pro návrh použijte klopné obvody typu D a hradla NAND.
a) Jako první krok v tomto případě bude rovnou sestavení tabulky přechodů,

která bude zároveň i tabulkou výstupů. Není nutno navrhovat grafy přechodů, protože v těchto případech jde o kruhový čítač, tedy velmi jednoduchou situaci. Tabulka přechodů má tento tvar:

c b a	c'b'a'
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 0
0 1 0	0 1 1
0 1 1	1 0 0
1 0 0	0 0 0

Da

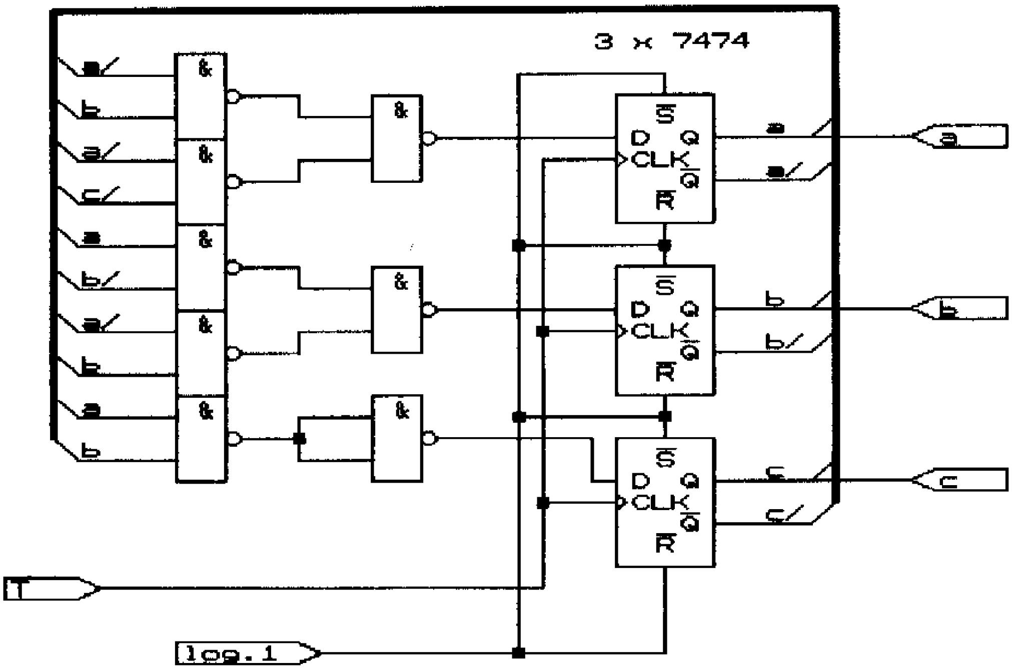
1	0	1	0
0	-	-	-

Db

0	1	1	0
0	-	-	-

Dc

0	0	0	1
0	-	-	-



Obr. 8.17. Schema zapojení synchronního generátoru kódu

Vedle tabulky přechodů jsou rovněž uvedeny i mapy budicích funkcí klopných obvodů typu D. Zde jsme neodkazovali na excitační tabulku, protože vzhledem k tomu, že D klopné obvody pracují pouze jako zpožďovací článek, není to nutné. Stačí pouze zapsat do map následné stavy

b) Po minimalizaci map obdržíme výrazy pro budicí funkce klopných obvodů:

$$Da = \bar{a}b + \overline{ac} \qquad Db = a\bar{b} + \bar{a}b \qquad Dc = ab$$

c) Nyní provedeme přezkoušení funkce navržených rovnic. Pro tento účel se budeme snažit obdržet tabulku přechodů na základě přiváděných hodinových impulsů. Lze se snadno přesvědčit, že námi obdržené funkce zcela vyhovují zadané tabulce přechodů.

d) Nyní navrhneme schema zapojení. To je uvedeno na obr. 8.17.

e) Jako poslední si provedeme návrh maximální hodinové frekvence navrženého zapojení. Vyjdeme-li ze stejných předpokladů jako v minulém příkladu, získáme hodnotu 70 nsec. (2 x 15 + 30 + 10 = 70). Maximální hodinová frekvence tedy je 14,3 MHz.