

Domácí úkol 1

Zadáno: 18. 2. 2025, Vyřešit do: 4. 3. 2025

1. Uvažme volby $\mathcal{E}$ s množinou kanidátů $C = \{a, b, c, d\}$ a s následujícím profilem preferencí $\mathcal{P}$:

$$\begin{array}{lll} v_1: a \succ d \succ c \succ b & v_2: c \succ d \succ b \succ a & v_3: c \succ d \succ b \succ a \\ v_4: b \succ d \succ a \succ c & v_5: a \succ c \succ d \succ b & v_6: a \succ c \succ b \succ d \end{array}$$

- a) Nalezněte vítěze voleb při použití pravidel **Plurality**, **Veto** a **2-Approval**. (1 bod)
 - b) Nalezněte vítěze voleb při použití pravidla **Borda**. (1 bod)
 - c) Pro každého kandidáta $x \in C$ nalezněte skórovací posloupnost takovou, že x je vítězem voleb $\mathcal{E}$. (1 bod)
 - d) Nalezněte majoritní graf pro volby výše. (1 bod)
 - e) Spočtete α -**Copeland** skóre pro všechny alternativy a v závislosti na hodnotě parametru $\alpha \in [0, 1]$ určete vítěze $\mathcal{E}$. (1 bod)
 - f) Pro každého kandidáta spočtete $\text{score}_{\text{Simpson}}$ a určete $\text{Simpson}(\mathcal{P})$. (1 bod)
 - g) Pro každého kandidáta spočtete $\text{score}_{\text{Young}}$ a určete $\text{Young}(\mathcal{P})$. (1 bod)
 - h) Pro každého kandidáta spočtete $\text{score}_{\text{Dodgson}}$ a určete $\text{Dodgson}(\mathcal{P})$. (1 bod)
 - i) Najděte profily tvořící Kemenyho konsenzus a určete $\text{Kemeny}(\mathcal{P})$. (1 bod)
 - j) Pro každou uspořádanou dvojici kanidátů $c, d \in C$ spočtete $P(c, d)$ a určete $\text{Schulze}(\mathcal{P})$. (1 bod)
 - k) Určete množinu vítězů **PluralityRO**($\mathcal{P}$). (1 bod)
 - l) Nalezněte všechny neprázdné S_i a určete množinu vítězů **STV**($\mathcal{P}$). (1 bod)
 - m) Určete množinu vítězů **Bucklin**($\mathcal{P}$). (1 bod)
2. Nalezněte příklad instance voleb, pro které je nějaký kandidát $c \in C$ vítězem dle **Plurality**, ale zároveň je tzv. *Condorcet loser* (tedy v „soubojích“ jeden na jednoho vždy prohraje). (2 body)
3. Nalezněte příklad instance voleb, pro který každé z následujících pravidel vrátí jinou množinu vítězů: **Dictatorship**, **Plurality**, **Veto**, **Copeland** (α můžete zvolit), **Borda**, **STV**. (2 body)
4. Ukažte, že existuje instance voleb s $|V| \geq 6$ a $|C| \geq 4$ taková, že nějaký kandidát $c \in C$ je v profilu $\mathcal{P}$ *Condorcet winner* a v jiném profilu $\mathcal{Q}$ je *Condorcet loser*. (1 bod)
5. Ukažte, že pravidlo **Borda** nikdy nezvolí *Condorcet loser*. (3 body)
6. Dokažte, že pokud $|C| = 2$, pak pro každý profil preferencí $\mathcal{P} \in \mathcal{L}(C)^n$ platí $\text{Kemeny}(\mathcal{P}) = \text{Plurality}(\mathcal{P})$. (2 body)