

NI-VOL: Volby a volební systémy

Domácí úkol 2

Zadáno: 4. 3. 2025, Vyřešit do: 18. 3. 2025

1. Ukažte, že pro lichý počet kandidátů je **Plurality** zároveň rezolutní, anonymní, neutrální a monotónní. (2 body)
2. Dokažte, že pro dva kandidáty je **Plurality** jediné volební pravidlo, které je zároveň anonymní, neutrální a pozitivně responzivní. (4 body)
3. Rozhodněte, zda je pravidlo **OddRule** anonymní, neutrální, rezolutní, jednomyslné, občansky svrchované a pozitivně responzivní. (3 body)
4. Dokažte, že jestliže je volební pravidlo monotónní a občansky svrchované, pak je také jednomyslné. (1 bod)
5. Dokažte, že jestliže je volební pravidlo Pareto efektivní, pak je nutně jednomyslné. (1 bod)
6. Ukažte, že pro $C = \{a, b, c\}$ není pravidlo **STV** monotónní. (2 body)
7. Rozhodněte, které z následujících vlastností splňuje **Kemeny**: rezolutnost, konzistence s Condorcetovým vítězem, nezávislost, neutralita. (4 body)
8. Rozhodněte, zda je **Dodgson** neutrální. (1 bod)
9. Ukažte, že pro každý profil preferencí \mathcal{P} se dvěma kandidáty platí $\text{Plurality}(\mathcal{P}) = \text{Kemeny}(\mathcal{P})$. (2 body)

Definice 1. Necht' $\mathcal{E} = (C = \{x, y\}, V, \mathcal{P})$ je instance voleb. Volební pravidlo **OddRule** je definováno jako

$$\text{OddRule}(\mathcal{E}) = \begin{cases} \{x\} & \text{pokud je } |\{v \in V \mid x \succ_v y\}| \text{ lichá,} \\ \{y\} & \text{jinak.} \end{cases}$$

Definice 2. Volební pravidlo f nazveme nezávislé, pokud pro každé dva profily $\mathcal{P}, \mathcal{P}'$ a dvě alternativy x a y , pokud počet hlasů $x \succ y$ je v obou profilech stejný a $x \in f(\mathcal{P})$, ale $y \notin f(\mathcal{P})$, pak $y \notin f(\mathcal{P}')$.