

NI-VOL: Volby a volební systémy

Domácí úkol 2

Zadáno: 4. 3. 2024, Vyřešit do: 11. 3. 2024

1. Dokažte, že pro dva kandidáty je **Plurality** jediné volební pravidlo, které je zároveň anonymní, neutrální a *positively responsive*. (4 body)
2. Nalezněte příklad instance voleb, pro které je nějaký kandidát $c \in C$ vítězem dle **Plurality**, ale zároveň je tzv. *Condorcet loser* (tedy v „soubojích“ jeden na jednoho vždy prohraje). (2 body)
3. Ukažte, že pravidlo Borda nikdy nezvolí *Condorcet loser*. (3 body)
4. Uvažme následující profil \mathcal{P} pro množinu alternativ $C = \{a, b, c, d\}$:

$$\begin{array}{lll} v_1: a \succ d \succ c \succ b & v_2: c \succ d \succ b \succ a & v_3: c \succ d \succ b \succ a \\ v_4: b \succ d \succ a \succ c & v_5: a \succ c \succ d \succ b & v_6: a \succ c \succ b \succ d \end{array}$$

- a) Nalezněte majoritní graf pro volby výše. (1 bod)
 - b) Spočtete **Copeland** ^{α} skóre pro všechny alternativy a v závislosti na hodnotě parametru $\alpha \in [0, 1]$ určete vítěze takových voleb. (1 bod)
 - c) Pro každého kandidáta $c \in C$ spočtete skóre dle **Dodgson** a určete množinu vítězů **Dodgson**(\mathcal{P}). (1 bod)
 - d) Pro každého kandidáta $c \in C$ spočtete skóre dle **Young** a určete množinu vítězů **Young**(\mathcal{P}). (1 bod)
 - e) Určete profily tvořící tzv. *Kenemy consensus* a určete množinu vítězů **Kemeny**(\mathcal{P}). (1 bod)
 - f) Určete největší sílu cesty mezi každými dvěma kandidáty v pomocném grafu pro pravidlo **Schultze** a určete množinu **Schultze**(\mathcal{P}). (1 bod)
 - g) Určete množinu vítězů **Bucklin**(\mathcal{P}). (1 bod)
 - h) Určete množinu vítězů **STV**(\mathcal{P}). (1 bod)
5. Ukažte, že pro $C = \{a, b, c\}$ není pravidlo **STV** monotónní. (3 body)
 6. Ukažte, že existuje instance voleb s $|V| \geq 6$ a $|C| \geq 4$ taková, že nějaký kandidát $c \in C$ je v profilu \mathcal{P} *Condorcet winner* a v jiném profilu \mathcal{Q} je *Condorcet loser*. (1 bod)