NI-VOL: Volby a volební systémy

Domácí úkol 3

Zadáno: 18. 3. 2025, Vyřešit do: 1. 4. 2025

1. Ukažte, že pro lichý počet voličů a dva kandidáty je `Plurality` rezolutní. *(1 bod)*

2. Dokažte, že pokud je f rezolutní, odolné na strategii a občansky svrchované, pak je také Pareto konzistentní. *(2 body)*

3. Dokažte, že `Borda` je *jediný* skórovací protokol se striktně klesající posloupností, které nikdy nezvolí *Condorcet loser*. *(3 body)*

4. Ukažte, že paradox dvojčat se objevuje u těchto pravidel:

   a) `STV` *(1 bod)*

   b) `Bucklin` *(1 bod)*

   c) `Young` *(1 bod)*

5. Dokažte, že pro volby s $n = m = 2$ nemůže existovat volební pravidlo f, které je zároveň anonymní, neutrální a rezolutní. *(2 body)*

6. Dokažte, že pro volby s $m > 2$ a $n \geq 2$ nemůže existovat pravidlo, které je Pareto a liberální. *(2 body)*

7. Dokažte, že pro každý ultrafilter $\mathcal{U}$ na libovolné množině X platí, že pokud $Y \in \mathcal{U}$ a $Y \subseteq Z \subseteq X$, potom i $Z \in \mathcal{U}$. *(2 body)*

Definice 1. *Volební pravidlo f nazveme* liberální*, pokud pro každého voliče $v \in V$ existují $c \neq d \in C$ tak, že pro každý profil $\mathscr{P} \in \mathcal{L}(C)$ platí: pokud v $\mathscr{P}$ platí $c \succ_v d$, potom $d \notin f(\mathscr{P})$, a pokud v $\mathscr{P}$ platí $d \succ_v c$, potom $c \notin f(\mathscr{P})$.*