NI-VOL: Volby a volební systémy

# Domácí úkol 4

Zadáno: 2. 4. 2025, Vyřešit do: 16. 4. 2025

1. Ukažte, že spočítat $\text{score}_{\texttt{Dodgson}}$ je NP-úplný problém. *(3 bodů)*

2. Ukažte, že pokud jsou preference všech voličů striktní uspořádání, pak existuje profil tvořící Kemenyho konsenzus, který je také striktní uspořádání. *(2 bodů)*

3. Ukažte, že spočítat $\text{score}_{\texttt{Kemeny}}$ je NP-úplný problém. *(3 bodů)*

4. Uvažme následující profil $\mathscr{P}$ pro množinu alternativ $C = \{a, b, c, d, e\}$:

$$\begin{aligned} v_1, v_2 &: a \succ b \succ c \succ d \succ e \\ v_3, v_4, v_5 &: d \succ e \succ b \succ c \succ a \\ v_6, v_7 &: e \succ c \succ a \succ d \succ b \end{aligned}$$

   Pro pravidla `Plurality`, `Veto`, `Borda`, `STV` a `Kemeny` určete množinu vítězů a rozhodněte, zda existuje volič $v \in V$ takový, že je schopný změnou svého hlasu provést pozitivní/negativní manipulaci. *(5 bodů)*

5. Ukažte, že problém Veto-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je NP-úplný již pro 3 kandidáty. *(4 body)*

6. Ukažte, že nevážená varianta (tj. váha každého hlasu je 1) problému Veto-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je řešitelná v polynomiálním čase. *(2 body)*

7. Ukažte, že problém Veto-Weighted-Destructive-Coalitional-Manipulation je řešitelný v polynomiálním čase. *(2 body)*

8. Ukažte, že problém STV-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je NP-úplný již pro 3 kandidáty. *(3 body)*

---

*Hint 1: Pro úvod do těžkostních redukcí vizte **https://pruvodce.ucw.cz/static/pruvodce.pdf#s19***

*Hint 2: V redukcích vycházejte z problémů* Exact Cover By 3-Sets, Feedback Arc Set *a* Partition.

$\mathcal{R}$-Weighted-Constr.(Destr.)-Coalitional-Manipulation

*Vstup:* Množina kandidátů $C$, množina voličů $V$, profil preferencí $\mathscr{P} = V_1 \cup V_2$, váhová funkce $\omega\colon V_2 \to \mathbb{N}$, preferovaný kandidát $p \in C$ a rozpočet $b$.

*Otázka:* Existuje profil preferencí $\mathscr{P}'$ lišící se od $\mathscr{P}$ pouze změnou hlasů $S \subseteq V_2$ takových, že $\sum_{v \in S} \omega(v) \leq b$, pro který platí $p \in \mathcal{R}(\mathscr{P}')$ (respektive $p \notin \mathcal{R}(\mathscr{P}')$, mluvíme-li o variantě Destructive)?