NI-VOL: Volby a volební systémy

Domácí úkol 4

Zadáno: 25. 3. 2024, Vyřešit do: 8. 4. 2024

1. Dokažte, že `Borda` je *jediný* skórovací protokol se striktně klesající posloupností, které nikdy nezvolí *Condorcet loser*. *(3 body)*

2. Ukažte, že pravidlo `Young` trpí na paradox dvojčat. *(2 body)*

3. Rozhodněte, zda je `Kemeny` *independent*. *(1 bod)*

4. Uvažme následující profil $\mathscr{P}$ pro množinu alternativ $C = \{a, b, c, d, e\}$:

$$\begin{aligned} v_1, v_2 &: a \succ b \succ c \succ d \succ e \\ v_3, v_4, v_5 &: d \succ e \succ b \succ c \succ a \\ v_6, v_7 &: e \succ c \succ a \succ d \succ b \end{aligned}$$

   Pro pravidla `Plurality`, `Veto`, `Borda`, `STV` a `Kemeny` určete množinu vítězů a rozhodněte, zda existuje volič $v \in V$ takový, že je schopný změnou svého hlasu provést pozitivní/negativní manipulaci. *(5 bodů)*

5. Ukažte, že problém Veto-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je NP-úplný již pro 3 kandidáty. *(4 body)*

6. Ukažte, že nevážená varianta (tj. váha každáho hlasu je 1) problému Veto-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je řešitelná v polynomiálním čase. *(2 body)*

7. Ukažte, že problém Veto-Weighted-Destructive-Coalitional-Manipulation je řešitelný v polynomiálním čase. *(2 body)*

8. Ukažte, že problém STV-Weighted-Constructive-Coalitional-Manipulation je NP-úplný již pro 3 kandidáty. *(3 body)*

9. Pomocí ne více než 3 vět popište rozdíl mezi *Arrow's theorem* a *Gibbard-Sattertwhaite theorem.* *(2 body)*

Definice 1. *Volební pravidlo f nazveme* independent*, pokud pro každé dva profily $\mathscr{P}$, $\mathscr{P}'$ a dvě alternativy x a y, pokud počet hlasů $x \succ y$ je v obou profilech stejný a $x \in f(\mathscr{P})$, ale $y \notin f(\mathscr{P})$, pak $y \notin f(\mathscr{P}')$.*

$\mathcal{R}$-Weighted-Constr.(Destr.)-Coalitional-Manipulation

Vstup: Množina kandidátů C, množina voličů V, profil preferencí $\mathscr{P} = V_1 \cup V_2$, váhová funkce $\omega\colon V_2 \to \mathbb{N}$, preferovaný kandidát $p \in C$ a rozpočet b.

Otázka: Existuje profil preferencí $\mathscr{P}'$ lišící se od $\mathscr{P}$ pouze změnou hlasů $S \subseteq V_2$ takových, že $\sum_{v \in S} \omega(v) \le b$, pro který platí $p \in \mathcal{R}(\mathscr{P}')$ (respektive $p \notin \mathcal{R}(\mathscr{P}')$, mluvíme-li o variantě Destructive)?